

WSTĘP DO ANALIZY MATEMATYCZNEJ

sem.1

K1 - Funkcje: wykresy i własności, logika, zbiory, równania i nierówności z modułem

1. Naszkicować wykres funkcji, określić zbiór jej wartości, monotoniczność, różnowartościowość, okresowość i parzystość/nieparzystość, jeśli

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} -2|x| + 1, & \text{gdy } x < 0, \\ 3 \cos 2x, & \text{gdy } x \geq 0. \end{cases} \quad \text{b) } g(x) = \frac{x}{x-2}.$$

2. Naszkicować wykres funkcji, jeśli

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} |1 - 3^x|, & \text{gdy } x \geq 1, \\ x^2 + 2x + 1, & \text{gdy } x < 1. \end{cases} \quad \text{Obliczyć } f(1) + f(2 \sin(\frac{5\pi}{4})).$$

$$\text{b) } g(x) = \begin{cases} |\arctg x|, & \text{gdy } x \leq -1, \\ \log_{\frac{1}{2}} |x|, & \text{gdy } x > -1. \end{cases} \quad \text{Obliczyć } f(-1) + f(\sqrt{2}).$$

3. a) Zbadać, czy podana formuła jest tautologią: $(\sim p \vee q) \Rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$.

b) Zapisać zaprzeczenie poniższej formuły (bez użycia symbolu negacji) i określić jej wartość logiczną:

$$\bigvee_{x \in \mathbb{R}} (|x - 2| > 2) \quad \wedge \quad \bigwedge_{x \in \mathbb{R}} (x^2 - 4 < 0).$$

4. a) Niech $A = \{0, 1\}$, $B = [1, +\infty)$. Wyznaczyć B' , $A \cap B$ oraz naszkicować $A \times B$.

b) Wyznaczyć zbiór $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x - 1| > 2 \wedge x^2 - 4x + 5 = 0\}$.

c) Naszkicować zbiór $A \cup B$, gdy $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 + 6y - 2x > -1\}$, $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^3 \leq x\}$.

K2 - Równania i nierówności, dziedzina naturalna funkcji

1. Rozwiązać nierówność: a) $x^4 - 2x^2 - 3 > 0$ b) $2 - \frac{1}{x-1} \leq x$

2. Rozwiązać nierówność: a) $\log_3(x+1) + \log_3 \frac{1}{x} < \log_3 27$ b) $2 \cos(2x) \geq -1$

3. Wyznaczyć dziedzinę funkcji: a) $f(x) = \log(x^2 - 1) + \frac{\arcsin(\frac{x}{3})}{|x|-2}$ b) $g(x) = \frac{\sqrt{(\frac{1}{3})^x - 9}}{\log_3(5-x)} + \sqrt[3]{4-x^2}$

Warunki zaliczenia kolokwium:

K1: zad. 1 (a lub b), zad. 2 (a lub b), 3a, 4a,b

K2: jeden podpunkt z każdego zadania